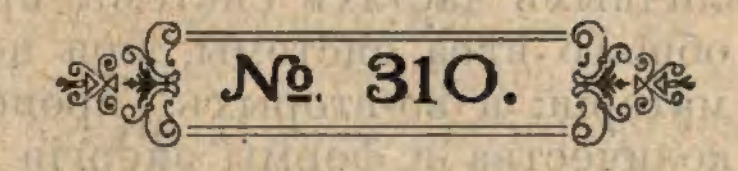
XXVI Сем. № 10

Вѣстникъ Опытной Физики
и
Элементарной Математики.

30 Ноября



1901 г.

Термохимическія работы Бертло.

Проф. С. Танатара въ Одессѣ.

Научная дѣятельность Бертло такъ богата и многостороння, что мой предшественникъ на этомъ мѣстѣ *), подчеркнувъ эту многосторонность юбиляра, не могъ исчерпать всѣхъ вопросовъ, изслѣдованію которыхъ посвятилъ свой трудъ и на которые пролилъ новый свѣтъ этотъ столь-же остроумный и геніальный экспериментаторъ, какъ и великій и тонкій мыслитель. На мою долю осталась еще цѣлая область изслѣдованій Бертло, область, гдѣ онъ является піонеромъ-иниціаторомъ, создателемъ какъ методовъ и техники изслѣдованія, такъ и руководящихъ принциповъ. Это—область термохимическихъ изслѣдованій. Здѣсь Бертло создалъ школу, въ которой, начиная съ приборовъ, манипуляціи, терминологіи, методовъ изслѣдованія, вычисленія и до общихъ приципов,—все выработано и введено въ науку почти что имъ однимъ. Въ этой области онъ работалъ безпрерывно съ 1865 года и до послѣдняго времени, т. е. 37 лѣтъ. Сводъ термохимическихъ работъ Бертло вышелъ въ печати подъ заглавіемъ „Essai de mechanique chi-

*) Докладъ проф. С. М. Танатара слѣдовалъ за докладомъ проф. П. Г. Меликова, который помѣщенъ въ предыдущей книжкѣ „Вѣстника".

tique". Это заглавіе показываетъ, къ чему стремился Бертло въ своихъ изслѣдованіяхъ, какъ высока эта цѣль и какъ сознательно къ этой цѣли онъ шелъ.

Чтобы понять цѣнность и теоретическое значеніе термохимическихъ изслѣдованій Бертло, слѣдуетъ имѣть въ виду, что химическія явленія имѣютъ двѣ существенно важныя стороны. Когда въ какой-либо обособленной системѣ тѣлъ происходятъ химическія измѣненія, то замѣчаются двоякаго рода измѣненія въ системѣ: во-первыхъ, замѣчаются частныя (или мѣстныя) измѣненія вѣса въ различныхъ частяхъ системы при полной неизмѣнности (вѣчности) общаго вѣса системы, при полномъ господствѣ закона вѣчности матеріи; и во-вторыхъ, происходятъ также частныя измѣненія количества и формы энергіи въ различныхъ частяхъ системы, опять таки при полной неизмѣнности количества энергіи всей системы. Эти два закона—законъ вѣчности матеріи и законъ вѣчности энергіи—представляютъ нынѣ наиболѣе общіе законы естествознанія. Первая сторона химическихъ явленій—измѣненія вѣсовыя, соотношенія этихъ измѣненій или вѣсовыя отношенія при химическихъ явленіяхъ — поддалась изученію раньше другой стороны (быть можетъ отчасти потому, что мы издавна имѣемъ прекрасный инструментъ для опредѣленія вѣса). Законы, найденные преимущественно въ этой (первой) сторонѣ химическихъ явленій, скоро удалось обобщить; для уясненія ихъ удалось геніальнымъ умамъ Дальтона, Авогадро и др. счастливо создать наглядныя представленія, сгруппированныя въ атомистической и молекулярной гипотезѣ. Такимъ образомъ удалось предъ умственнымъ взоромъ приподнять въ одномъ мѣстѣ край завѣсы надъ тайной столь изумительныхъ химическихъ явленій. Неудивительно, что въ эту сторону ринулась масса изслѣдователей и дружной работой дала химіи такое быстрое развитіе, на какое едва-ли можетъ указать другая отрасль естествознанія. Развита молекулярная гипотеза, теорія строенія, появились стереохимическія представленія, а богатство фактическаго матеріала и техническій успѣхъ превзошли всякія ожиданія.

Однако другая сторона химическихъ явленій—измѣненія и превращенія энергіи, соотношенія этихъ измѣненій, условія равновѣсія между различными формами энергіи,—въ частности, законы измѣненія химической энергіи и ея превращеній въ другія формы энергіи и обратно—эта сторона химическихъ явленій не менѣе существенна для полнаго пониманія природы этихъ явленій. Безъ развитія свѣдѣнія и теоретическихъ представленій въ этой области химіи наши знанія и представленія, основанныя только на изученіи одной стороны явленій, будутъ, очевидно, неполны и односторонни.

Изученіе этой (второй) стороны химическихъ явленій началось сравнительно поздно и только въ послѣднее время развился и пріобрѣлъ доминирующее значеніе отдѣлъ химіи, занимающійся

вопросами этой стороны химическихъ явленій. Отдѣлъ этотъ называется физикохимiей и обѣщаетъ современемъ дорости до полной механики химической и частичной вообще.

Чтобы понять названіе „Физикохимія", стоитъ только обратить вниманіе на то, что съ этой стороны химическія явленія имѣютъ много общаго съ физическими и что, собственно говоря, нѣтъ границы между явленіями физическими и химическими: Высшіе законы всѣхъ явленій—общіе.

Термохимія представляетъ одинъ изъ отдѣловъ физикохиміи. Въ немъ изучаются соотношенія между химической и тепловой энергіей. Отдѣлъ этотъ чрезвычайно важенъ, потому что химическая энергія чаще всего, легче всего и проще всего (т. е. безъ особыхъ приспособленій и мѣропріятій) превращается въ теплоту. Также часты превращенія тепловой энергіи въ химическую, но подобно тому какъ тепловая энергія превращается *вся* въ работу только при особенныхъ условіяхъ, такъ и превращеніе ея вполнѣ въ химическую энергію возможно лишь при особенныхъ условіяхъ.

Значительное количество термохимическихъ данныхъ было собрано нѣкоторыми изслѣдователями до Бертло. Но то были преимущественно данныя о теплотѣ горѣнія, имѣющія практическое значеніе для опредѣленія теплового эффекта горючихъ матеріаловъ. Реакціи, поглощающія тепло, не были изслѣдованы въ термохимическомъ смыслѣ, такъ какъ не умѣли ни прямо опредѣлить, ни вычислить теплоту эндотермическихъ реакцій. Здѣсь умѣстно упомянуть, что и термины эндотермическая и экзотермическая реакція, различіе между ними и способы опредѣленія теплотъ эндотермической реакціи введены въ науку по почину Б. Рядъ теоретическихъ вопросовъ возникаетъ предъ научной мыслью въ этомъ отдѣлѣ химіи. Всегда-ли и при всѣхъ-ли условіяхъ выдѣляется или поглощается одно и тоже количество тепла при данной химической реакціи, независимо отъ скорости реакціи, независимо отъ давленія, температуры, физическаго состоянія реагентовъ и продуктовъ, а также отъ другихъ условій. Какія условія оказываютъ вліяніе, какія нѣтъ? Каково это вліяніе? Слѣдуетъ-ли, наконецъ, приписать все тепло реакціи собственно химическому явленію или часть тепла выдѣляется вслѣдствіе побочныхъ обстоятельствъ. Есть-ли какая-либо связь между теплотой реакціи и величиной измѣненія химической энергіи? Противодѣйствуетъ-ли повышеніе температуры проявленію дѣйствія химическихъ силъ или содѣйствуетъ? Къ выясненію и рѣшенію этихъ и подобныхъ вопросовъ никто до Бертло не приступилъ. Бертло первый освѣтилъ эти темные вопросы и на большую часть ихъ далъ обстоятельные и ясные отвѣты или въ выводахъ изъ своихъ экспериментальныхъ изслѣдованій, или же исходя изъ теоретическихъ соображеній, которыя затѣмъ подтвердилъ экспериментально.

Обратимъ здѣсь-же вниманіе еще на одно весьма важное обстоятельство. Термохимическія изслѣдованія навели на мысль

и подали нѣкоторую надежду на возможность предвидѣть направленіе химической реакціи въ системѣ тѣлъ, на основаніи знаній теплотъ всѣхъ реакцій, возможныхъ для данной системы. Всякій естествоиспытатель знаетъ какъ важно имѣть возможность предвидѣть событія, возникающія при данныхъ условіяхъ. Это, можно сказать, цѣль, къ которой стремится естествоиспытатель. Каждый разъ, однако, когда химику приходилось считаться съ вопросомъ, какъ пройдетъ реакція при взаимодѣйствіи хотя-бы элемента A на такое несложное соединеніе какъ BC, — вопросъ этотъ онъ долженъ былъ рѣшать только прямымъ опытомъ. Онъ не могъ точно предвидѣть, будетъ-ли A химически дѣйствовать на соединеніе BC, будетъ-ли образовываться соединеніе ABC или AB+C или AC+B. Не существовало яснаго принципа, устанавливающаго связь между направленіемъ реакціи и какими-либо другими данными *). Ясно было, однако, что направленіе реакціи должно обусловливаться величиной силъ, дѣйствующихъ при образованіи различныхъ продуктовъ изъ взаимодѣйствующихъ элементовъ данной системы.

Отсюда одинъ шагъ до вопроса: нѣтъ-ли какой-либо связи между теплотой реакціи и силой химическаго сродства? Не можетъ-ли теплота реакціи служить мѣрой этой силы?

Опытныя термохимическія данныя до изслѣдованій Бертло были отчасти неточны, отчасти сбивчивы и непригодны для того, чтобы дать отвѣтъ и на этотъ важный вопросъ. Вопросъ не былъ ясно поставленъ и серьезно изслѣдованъ. Имѣющіяся экспериментальныя данныя, повторяю, не давали возможности приступить къ обсужденію вопроса, ибо это были данныя о теплотахъ реакціи брутто, изъ коихъ еще детальнымъ изученіемъ нужно было исключить то количество тепла, которое являлось результатомъ не химическихъ измѣненій, а постороннихъ обстоятельствъ, сопровождающихъ химическую реакцію. Такой трудный детальный термохимическій анализъ теплотъ реакціи выполнилъ впервые съ изумительнымъ искусствомъ Бертло! Лавуазье, Фавръ, Гессъ, Томсенъ подходили къ этому вопросу, но не могли разобраться въ противорѣчивыхъ и немногочисленныхъ опытныхъ данныхъ.

Бертло началъ свои термохимическія изслѣдованія въ 1865 году теоретической обработкой термохимическаго матеріала, собраннаго изслѣдованіями Фавра и Зильбермана. Онъ освѣтилъ этотъ сырой матеріалъ и подтвердилъ новыми выводами свои, сложившіяся уже къ тому времени научныя убѣжденія, теоретическія соображенія и предсказанія. Въ этой теоретической работѣ высказывается, какъ первый принципъ термохиміи, положеніе, что тепловой эффектъ реакціи зависитъ только отъ начальнаго и конечнаго состоянія системы и нисколько не зависитъ

*) Если не считать давно забытыя таблицы химическаго сродства Бергмана.

отъ пути, которымъ система переходитъ отъ начальнаго состоянія къ конечному. Положеніе это выводится какъ слѣдствіе изъ общаго закона постоянства энергіи и подтверждается многочисленными опытными данными. Тутъ-же авторъ на многочисленныхъ примѣрахъ показываетъ чрезвычайную практическую важность этого перваго принципа. Принципъ этотъ даетъ возможность косвеннымъ путемъ опредѣлить теплоты такихъ реакцій, которыхъ или вовсе нельзя воспроизвести непосредственно, или-же нельзя воспроизвести въ калориметрѣ такъ, чтобы измѣрить количество выдѣляющагося тепла. Напримѣръ, теплоты образованія углеводородовъ, озона, перекиси водорода, хлористаго азота и теплоты многихъ другихъ реакцій не поддаются прямому измѣренію. Достаточно сказать, что безъ этого принципа мы бы не знали теплотъ образованія всѣхъ органическихъ соединеній безъ исключенія. Нынѣ-же, согласно съ первымъ принципомъ Бертло, теплоты образованія всѣхъ органическихъ соединеній вычисляются изъ теплотъ ихъ горѣнія.

Здѣсь умѣстно упомянуть, что Бертло же мы обязаны лучшими методами для опредѣленія теплотъ горѣнія органическихъ веществъ. Въ 1880 году онъ выработалъ и въ 1884 году усовершенствовалъ новый методъ для опредѣленія теплотъ горѣнія веществъ *газообразныхъ, жидкихъ и твердыхъ.* Методъ этотъ считается и нынѣ лучшимъ во всѣхъ отношеніяхъ. По этому методу сжиганіе производится моментально при помощи свѣжаго (до 25 атмосферъ) кислорода въ особенномъ, весьма остроумно устроенномъ приборѣ, который называется калоримитрической бомбой Бертло. Возможно точное знаніе теплотъ горѣнія органическихъ и въ особенности пищевыхъ веществъ весьма важно и для физіологіи особенно въ вопросахъ питанія. Какъ уже указалъ мой предшественникъ, чрезвычайно живой и объемлющій умъ Бертло, часто выходилъ за предѣлы спеціальности, интересуясь всѣми животрепещущими вопросами науки. Бертло сдѣлалъ многое и для физіологіи растеній и для физіологіи животныхъ. Между прочимъ Бертло опредѣлилъ теплоты горѣнія многихъ органическихъ веществъ, имѣющихъ значеніе въ физіологіи, и тѣмъ оказалъ неоцѣнимыя услуги и этой наукѣ.

Послѣ этого отступленія вернемся опять къ теоретическимъ взглядамъ Бертло.

Въ 1875 году Бертло развилъ и яснѣе высказалъ мысль, что между начальнымъ состояніемъ системы и состояніемъ послѣ химической реакціи существуетъ разница въ содержаніи *внутренной* энергіи (главнымъ образомъ химической) и что разность эта проявляется въ формѣ тепловаго эффекта реакціи. Вмѣстѣ съ тѣмъ онъ не упустилъ изъ виду, что тепловой эффектъ реакціи есть результатъ измѣненія не одной химической энергіи, но содержитъ еще эквивалентъ измѣненія и другихъ формъ энергіи при химической реакціи. Поэтому онъ выставилъ, какъ второй принципъ термохиміи, положеніе, что тепловой эффектъ реакціи измѣряетъ работу *какъ химическихъ, такъ и физическихъ силъ.* Въ

своихъ изслѣдованіяхъ Бертло старался всегда вычесть изъ теплового эффекта реакціи ту часть тепла, которая являлась результатомъ работы не химическихъ силъ. Такимъ образомъ онъ пришелъ къ понятію о такой (идеальной) химической реакціи, при которой не участвуютъ другія силы, кромѣ химической. Имѣя въ виду этотъ очищенный, такъ сказать, тепловой эффектъ реакціи, остающійся за вычетомъ тепла, являющагося результатомъ не химическихъ измѣненій, а другихъ причинъ, Бертло высказалъ свой знаменитый третій принципъ термохиміи. По этому принципу всякое химическое измѣненіе, совершающееся безъ участія другой, посторонней, энергіи, стремится къ образованію такого тѣла, или системы тѣлъ, при образованіи которыхъ выдѣляется наибольшее количество тепла. Это и есть знаменитый, весьма важный *принципъ максимальной работы*. Принципъ этотъ подтверждается многочисленными изслѣдованіями Бертло. Чрезвычайно много труда потрачено также Бертло для разъясненія и согласованія съ принципомъ нѣкоторыхъ фактовъ, которые видимо стояли въ противорѣчіи съ этимъ принципомъ. Принципъ этотъ оказалъ неоцѣнимую услугу въ тысячахъ случаевъ, давъ возможность съ большей вѣроятностью предвидѣть (или лучше предугадать) направленіе реакціи. Этотъ принципъ впервые вывелъ изслѣдователя изъ положенія мученика, ищущаго путь въ темнотѣ, и далъ ему компасъ въ руки.

Но, какъ первое приближеніе къ истинѣ, принципъ Бертло не могъ быть вполнѣ точнымъ. Принципъ этотъ сходенъ по точности и примѣнимости съ закономъ Бойля и подобно послѣднему закону сохраняетъ свое значеніе и цѣнность наряду съ позднѣйшими болѣе точными и строгими ограниченіями этого закона. Всякій изслѣдователь, имѣющій дѣло съ газами, прежде всего оріентируется закономъ Бойля, и не станетъ отрицать, что этотъ законъ, хотя не вполнѣ точенъ, но представляетъ въ общемъ наиболѣе крупныя и важныя характерныя черты газоваго состоянія. Таковъ и принципъ максимальной работы Бертло. Не вдаваясь въ разборъ условій полной вѣрности принципа Бертло, выдержавшій весьма жестокіе нападки, ограничусь приведеніемъ словъ одного изъ виднѣйшихъ представителей физической химіи, Нернста, котораго скорѣе можно назвать противникомъ, но никакъ не сторонникомъ Бертло и его школы. Послѣ строгаго разбора принципа максимальной работы, Нернстъ говоритъ *), что очень часто направленіе наибольшихъ химическихъ силъ совпадаетъ съ тѣмъ направленіемъ реакціи, при которой выдѣляется максимумъ тепла. Это правило (Бертло) оправдывается слишкомъ часто, такъ что игнорировать его нельзя. Весьма возможно, что въ исправленномъ видѣ принципъ Бертло когда-либо возродится опять. Подъ принципомъ максимальной работы *кроется законъ природы*, выясненіе котораго представляетъ чрезвычайную важность.

---

*) Nernst. Theoretische Chemie. Stuttgart. 1893, стр. 541—542.

Принципъ максимальной работы, посколько онъ выражаетъ, что направленіе реакціи будетъ обусловлено тѣмъ процессомъ, который произойдетъ при затратѣ наибольшей работы химическихъ силъ, безусловно вѣренъ; но при подстановкѣ вмѣсто максимальной работы, максимальнаго количества тепла (какъ это сказано въ принципѣ), упущено изъ виду второе положеніе термодинамики и не принято во вниманіе вліяніе температуры на направленіе реакціи, или, говоря вообще—на измѣненіе внутренней энергіи. Главный недостатокъ принципа заключается однако въ томъ, что въ основаніи не лежитъ мысль о независимости дѣйствія химическихъ силъ отъ массы, т. е. отъ числа реагирующихъ частицъ. Бертло ни въ какомъ случаѣ не забылъ, конечно, своего соотечественника Бертолле, но полагалъ, что вліяніе массы сказывается только при обратныхъ реакціяхъ и диссоціаціяхъ.

Трудами Гельмгольца, Гиббса, Гульдберга, Ваге и Вантъ-Гоффа эти недостатки 3-го принципа Бертло устранены и принципъ Бертло расширенъ, пополненъ и вмѣстѣ съ тѣмъ ограниченъ. Теперь нѣтъ необходимости различать (въ теоріи по крайней мѣрѣ) обратимыя и необратимыя химическія реакціи, какъ это строго различалъ Бертло. Всѣ реакціи можно считать обратимыми и для всѣхъ примѣнить одну выведенную изъ термодинамикѣ формулу равновѣсія. Эта формула, которой выражается *принципъ подвижнаго равновѣсія*, дана Вантъ-Гоффомъ *). Формула эта подтверждаетъ въ общемъ принципъ Бертло, но предвидитъ вмѣстѣ съ тѣмъ и отступленія отъ этого принципа и даетъ возможность точнѣе предвидѣть направленіе *физико-химическихъ процессовъ при различныхъ температурахъ*. Эта формула обнимаетъ какъ химическія, такъ и физическія равновѣсія. Вмѣстѣ съ тѣмъ мы приходимъ къ пункту, гдѣ встрѣчаются химія и физика. Встрѣча эта также радостна и торжественна, какъ встрѣча работниковъ Сенготардскаго туннеля, когда начавъ работы съ противоположныхъ концовъ, они пробили наконецъ послѣдній пластъ, раздѣлявшій ихъ. Этой встрѣчѣ, знаменующей громадное торжество научной мысли, больше всѣхъ со стороны химіи способствовалъ Бертло, а послѣднюю глыбу взорвалъ Вантъ-Гоффъ. Хотя послѣдній моментъ встрѣчи наиболѣе радостенъ и эффектенъ, но наука никогда не забудетъ трудовъ тѣхъ, которые подготовляли этотъ радостный моментъ задолго до его осуществленія.

Бертло принадлежитъ въ этомъ торжествѣ почетное мѣсто, и имя его поэтому одному будетъ безсмертно и займетъ мѣсто наряду съ именами величайшихъ свѣточей мысли. Обозрѣвая-же всю многостороннюю научную дѣятельность Бертло, невольно можно воскликнуть: это слишкомъ много даже для безсмертія; для одного человѣка достаточно было-бы и меньше!

16 Ноября 1901 г.

---

*) $\frac{dlk}{dT} = \frac{q}{2T2}$.

Связь между электризаціей прикосновенія и твердостью.

Въ I-мъ вып. XXXIII тома „Журнала Физико-Химическаго Общества“ *проф. Н. А. Гезехусъ* въ статьѣ — „Электризація прикосновенія и твердость“—указываетъ на зависимость между знаками электризаціи двухъ трущихся или соприкасающихся твердыхъ тѣлъ и ихъ поверхностнымъ натяженіемъ.

Какъ извѣстно, современная теорія строенія вещества представляетъ себѣ всѣ тѣла словно закутанными въ пленку своего поверхностнаго слоя, который сдавливаетъ ихъ со всѣхъ сторонъ, стремясь, подобно натянутой упругой перепонкѣ, стянуться. Слой этотъ весьма тонокъ. Его толщину, напр. для серебра — *Vencent* на основаніи измѣренія электропроводности тонкихъ слоевъ и *Quincke*, руководясь наблюденіями надъ величиной такъ называемаго „краеваго угла“, образуемаго жидкостью при смачиваніи тонкаго слоя серебра, осажденнаго на стеклѣ — оцѣниваютъ въ сотыхъ доляхъ микрона. Сила, заставляющая поверхностный слой стягиваться и препятствующая ея растяженію — сила поверхностнаго натяженія — не одинакова для всѣхъ тѣлъ. Она зависитъ, можно сказать, отъ всей предшествующей исторіи даннаго тѣла,— отъ самомалѣйшихъ вліяній, которымъ тѣло подвергалось, такъ: въ водѣ едва ощутимая жировая пленка, малѣйшее загрязненіе или присутствіе растворовъ хотя бы и въ ничтожнѣйшемъ количествѣ—замѣтно вліяетъ на величину поверхностнаго натяженія; у полированнаго стекла оно гораздо больше, чѣмъ у матоваго.

Въ своей статьѣ *Н. А. Гезехусъ* пользуется почти безразлично выраженіями: „поверхностное натяженіе“, „поверхностная твердость“ и просто „твердость“. Конечно, твердость, не есть поверхностное натяженіе, но она характеризуется тѣмъ, въ какой мѣрѣ данное вещество противится проникновенію въ него другого тѣла, вызывающему поврежденіе его поверхности (царапины, разрѣзы), т. е. разрывъ поверхностной пленки. Поэтому величина поверхностнаго натяженія, т. е. сопротивленіе поверхностнаго слоя растяженію и разрыву, должно имѣть существенное вліяніе на такія свойства тѣлъ, какъ его прочность и твердость.

И въ самомъ дѣлѣ это явствуетъ, хотя бы изъ опытовъ *Quincke* надъ тонкими проволоками: при утоненіи проволоки вліяніе поверхностнаго слоя, сильнѣе сопротивляющагося растяженію и разрыву, становится все ощутительнѣе и проволока становится относительно прочнѣе: т. е. сила разрыва, разсчитанная на единицу поперечнаго сѣченія, для тонкихъ проволокъ больше, чѣмъ для толстыхъ.

Какъ сравнить между собою поверхностныя натяженія двухъ тѣлъ,—величины пока не поддающіяся измѣренію,—измѣримыя лишь для жидкостей или для веществъ въ расплавленномъ состояніи? *Н. А. Гезехусъ* принимаетъ, что изъ двухъ тѣлъ поверхностная твердость, или поверхностное натяженіе больше у того, которое

рѣжетъ другое или оставляетъ на немъ царапины при треніи. Пользуясь условной шкалой твердости *Mohs'a*, построенной на этомъ принципѣ (1—талькъ, 2—каменная соль, 3—известковый шпатъ, 4—плавиковый шпатъ, 5—аппатитъ, 6—полевой шпатъ, 7—кварцъ, 8—топазъ, 9—корундъ, 10—алмазъ), можно численно выразить съ нѣкоторою степенью приближенія твердость какого угодно тѣла.

Н. А. Гезехусъ расположилъ рядъ діэлектриковъ (т. е. дурныхъ проводниковъ электричества) такимъ образомъ, чтобы каждый предыдущій при натираніи о послѣдующій электризовался бы положительно. Оказалось, что рядъ тѣхъ же веществъ, расположенныхъ по степени ихъ твердости сходенъ съ предыдущимъ.

Вотъ подобный рядъ діэлектриковъ съ указателями ихъ твердости.

Алмазъ (10), топазъ (8), горный хрусталь (7), известковый шпатъ (3), слюда (3), полированное стекло (5), сургучъ, канифоль, сѣра (2), шеллакъ, воскъ (0,25 при 0^0).

Отсюда эмпирическій законъ (вѣрнѣе правило) для твердыхъ изоляторовъ: при взаимномъ натираніи или соприкосновеніи электризуется положительно то тѣло, твердость котораго больше. (Слѣдуетъ замѣтить, что на подобную же законность для жидкости указывалъ *Гезехусъ* еще въ 1899 г. Въ „Ж. Ф.-Х. О." въ статьѣ: „Связь между электризацией прикосновенія и поверхностнымъ натяженіемъ тѣлъ" онъ показываетъ, что изъ двухъ жидкостей электризуется положительно та, у которой поверхностное натяженіе больше).

Это обобщеніе объясняетъ и примиряетъ между собой многіе противорѣчащіе другъ другу факты. Вотъ группа подобныхъ фактовъ.

1) Обыкновенно, если тереть стекло о кошачью кожу, стекло получаетъ —, кожа +.

2) Но если тереть стекло не кожей шеи или лапокъ, а кожей спины, стекло можетъ получить и +.

3) Если натирать его кожей шеи или лапокъ не въ одномъ направленіи, а въ томъ и другомъ, взадъ и впередъ, оно получаетъ +.

4) Также оно можетъ получить + при сильномъ надавливаніи при треніи, между тѣмъ какъ при слабомъ оно вообще —.

5) Стекло, натираемое кожей переднихъ лапокъ, вообще положительно, но если натирать его послѣдовательно разными частями кожи, то оно становится отрицательно.

6) Полированное стекло, подверженное дѣйствію спиртоваго пламени, электризуется кожей отрицательно.

Это можно объяснить слѣдующимъ образомъ: во всѣхъ перечисленныхъ случаяхъ поверхностныя твердости трущихся тѣлъ были различны; въ однихъ случаяхъ вслѣдствіе различія въ ма-

теріалѣ, какъ при замѣнѣ кожи шеи кожей спины — въ другихъ случаяхъ вслѣдствіе различныхъ условій тренія. Такъ, надавливаніе при треніи ведетъ къ измѣненію поверхностей твердости. Далѣе оно влечетъ за собой нагрѣваніе, а нагрѣваніе уменьшаетъ поверхностную твердость, или натяженіе. (Что нагрѣваніе уменьшаетъ поверхностное натяженіе, явствуетъ изъ наблюденій надъ жидкостями; вотъ напр. рядъ значеній поверхностнаго натяженія α для воды при различныхъ температурахъ

$t = 0^0$	20^0	60^0	90^0	100^0
$\alpha = 7{,}92$	$7{,}57$	$6{,}84$	$6{,}25$	$6{,}04$;

при критической температурѣ α обращается въ 0. Несомнѣнно такая же связь между α и t существуетъ и для твердыхъ тѣлъ: вѣдь поверхностное натяженіе есть слѣдствіе взаимодѣйствія частицъ, а съ нагрѣваніемъ тѣло расширяется, разстоянія между частицами увеличиваются и вмѣстѣ съ тѣмъ слабѣетъ связь между ними, что должно уменьшить силу поверхностнаго натяженія).

Нагрѣвая стекло въ пламени спиртовой лампы, мы уменьшаемъ его поверхностное натяженіе, что и служило причиной его отрицательной электризаціи.

Существенное вліяніе на знакъ заряда имѣетъ также большая или меньшая теплоемкость и теплопроводность, такъ какъ отъ этихъ свойствъ зависитъ степень нагрѣванія при треніи. Такъ, поверхность тѣла съ малой теплоемкостью и малой теплопроводностью нагрѣется при треніи сильнѣе, а слѣдовательно его поверхностное натяженіе уменьшится значительнѣе, чѣмъ у вещества съ большими теплоемкостью и теплопроводностью.

Вмѣстѣ съ тѣмъ получаетъ объясненіе и тотъ фактъ, что изъ веществъ, расположенныхъ въ вышеприведенномъ ряду, смежные члены ряда обнаруживаютъ при взаимномъ треніи, вообще говоря, не строго постоянные знаки электрическихъ зарядовъ, подобно тому, какъ это обнаружилось въ случаѣ со стекломъ и кожей; между тѣмъ какъ члены, отдаленные другъ отъ друга, *обнаруживаютъ* постоянство въ знакѣ заряда. Это зависитъ отъ того, что для первыхъ неравенство поверхностныхъ натяженій, менѣе рѣзкое, легче мѣняется въ противоположную сторону при различныхъ условіяхъ тренія и различныхъ температурахъ, чѣмъ для вторыхъ.

Если мы въ рядъ дурныхъ проводниковъ, расположенныхъ сообразно ихъ знаку электризаціи, внесемъ металлы, то получимъ такую послѣдовательность:

Шелкъ, стекло, дерево, металлы, эбонитъ, сѣра, шеллакъ.

Твердость стекла 5, сѣры 2, твердость металловъ заключается между 1,5 (для олова и свинца) и 4,5 (для желѣза) и въ среднемъ равна 3 (для мѣди, латуни, золота, серебра и висмута). Видимъ, что и металлы приблизительно подчиняются найденному для діэлектриковъ правилу.

Но если мы расположимъ металлы въ рядъ по степени ихъ взаимной электризаціи (т. е. въ рядъ Вольты), то увидимъ, что твердость ихъ отъ начала ряда къ концу его не убываетъ, какъ это наблюдалось для діэлектриковъ, а наоборотъ, возрастаетъ.

Итакъ, для металловъ имѣетъ мѣсто законъ—правило, противоположное прежде высказанному: при взаимномъ соприкосновеніи двухъ металловъ тотъ изъ нихъ вообще электризуется +, у котораго твердость меньше, какъ это явствуетъ изъ слѣдующаго ряда:

Аллюминій (2), цинкъ, олово (1,5), свинецъ (1,5), висмутъ (2,5), сурьма (3,3), латунь (3,5), желѣзо (4,5), мѣдь (3), серебро (3), золото (3), платина (4,3), палладій (4,8)·

Для объясненія замѣченнаго имъ параллелизма между способностью электризаціи и поверхностнымъ натяженіемъ *Н. А. Гезехусъ* приводитъ слѣдующія соображенія.

Если мы приставимъ одно къ другому два тѣла съ одинаковымъ въ физическомъ и химическомъ отношеніи поверхностями, то между ними не произойдетъ никакого обмѣна энергіи, не будетъ имѣть мѣсто электризація. Если же хотя бы и при химической тожественности тѣлъ ихъ поверхности неодинаковы, напр. одна полированная, а другая матовая, то при соприкосновеніи этихъ поверхностей происходитъ уравниваніе ихъ состояній, обмѣнъ энергіи. „Происходитъ, говоритъ *Н. А. Гезехусъ*, какъ бы распаденіе молекулъ на іоны и перемѣщеніе отрицательныхъ іоновъ съ болѣе плотной, гладкой поверхности на менѣе гладкую. Какъ извѣстно, многіе факты указываютъ на то, что для отрицательныхъ іоновъ надо допустить меньшую массу и большую скорость, нежели для положительныхъ іоновъ. Поэтому именно отрицательные іоны и должны преимущественно перемѣщаться съ гладкой поверхности на свободныя мѣста менѣе гладкой поверхности". Отсюда ясно, почему поверхностная плотность и связанная съ ней поверхностная твердость вліяетъ на знакъ электризаціи. Но не одна она опредѣляетъ знакъ заряда двухъ соприкасающихся тѣлъ. Они, если химически не одинаковы, обыкновенно обладаютъ различной способностью къ диссоціаціи, т. е. одно изъ нихъ активнѣе, быстрѣе распадается на іоны; при чемъ отрицательные іоны, какъ болѣе подвижные, въ большемъ количествѣ, чѣмъ положительные, переходятъ на другое тѣло и не только замѣщаютъ утраченные имъ отрицательные іоны, но вслѣдствіе менѣе энергичной іонизаціи его, придаютъ ему избытокъ отрицательныхъ іоновъ, т. е. заряжаютъ его отрицательно.

Поэтому окончательный зарядъ и зависитъ отъ двухъ условій: во-первыхъ, отъ состоянія поверхностей соприкасающихся тѣлъ,—точнѣе отъ разности ихъ поверхностныхъ твердостей—и во-вторыхъ, отъ разности ихъ диссоціирующихъ силъ. Въ случаѣ діэлектриковъ оба эти условія дѣйствуютъ въ одинаковомъ направленіи, а въ случаѣ проводниковъ въ различномъ, при чемъ пересиливаетъ вліяніе диссоціирующей силы. Этимъ объясняется

тотъ фактъ, что ряды діэлектриковъ и металловъ, расположенныхъ по степенямъ твердости, слѣдуютъ относительно знаковъ электризаціи противоположнымъ законамъ, а также и тотъ фактъ, что металлы имѣютъ сравнительно небольшую разность потенціаловъ.

Изъ всего сказаннаго слѣдуетъ, что знаніе вышеописанной зависимости между твердостью и знакомъ электризаціи даетъ намъ возможность съ большой степенью вѣроятности a priori предсказать знакъ зарядовъ двухъ тѣлъ, если мы знаемъ ихъ поверхностныя натяженія или твердости. Такимъ же критеріемъ, какъ величины поверхностнаго натяженія, могутъ служить физическія величины, связанныя съ нимъ, напр. для жидкостей скрытая теплота, для тѣлъ и твердыхъ и жидкихъ — теплота расширенія (т. е. то количество теплоты, которое нужно было сообщить единицѣ объема тѣла, чтобы расширить его на единицу).

Однимъ изъ критеріевъ при сужденіи о знакѣ заряда для діэлектриковъ можетъ служить, какъ показалъ въ 1898 г, *Coсha*, діелектрическая постоянная: именно, при взаимномъ натираніи или прикосновеніи, тотъ изъ діэлектриковъ по большей части электризуется положительно, у котораго діэлектрическая постоянная больше. Это единообразіе *А. Н. Гезехусъ* выводитъ изъ найденнаго имъ закона, усматривая зависимость между діэлектрической постоянной и поверхностнымъ натяженіемъ изъ слѣдующихъ соображеній:

„Извѣстно, говоритъ онъ, что діэлектрическая постоянная „k связана съ относительнымъ объемомъ V_k проводящихъ частицъ „(предполагаемъ сферическими), т. е. съ той частью V_k пространства, занимаемаго діэлектрикомъ, которая приходится на „долю только проводящаго вещества, слѣдующимъ уравненіемъ „*(Clausius)*

$$k=(1+2V_k):(1+V_k). \text{ Отсюда } V_k=(k-1):(k+2).$$

„Вотъ этотъ объемъ V_k, предѣльныя значенія котораго 0 и 1 „для $k=1$ и $k=\infty$, и играетъ навѣрное въ разсматриваемомъ процессѣ существенную роль; зависимость же отъ діэлектрической „постоянной только косвенная: величина k измѣняется вмѣстѣ съ „V_k и при томъ въ одну и ту же сторону. Существенное вліяніе „V_k на электризацію прикосновенія вполнѣ понятно. Въ самомъ „дѣлѣ, электрическое смѣщеніе, образующее разность потенціаловъ на соприкасающихся поверхностяхъ двухъ разнородныхъ „тѣлъ, должно зависѣть отъ разности поверхностныхъ плотностей т. е. числа дѣйствующихъ частицъ на единицѣ поверхности“ . . . . . „Эта же поверхностная плотность прямо зависитъ „отъ V_k, т. е. отъ объема проводящихъ частицъ относительно „общаго объема тѣлъ. Очевидно, что отъ „поверхностной плотности“, а слѣдовательно и отъ V_k, а потому и отъ діэлектрической постоянной k должно находиться въ прямой зависимости и „поверхностное натяженіе“.

Въ заключеніе своей статьи *Н. А. Гезехусъ* замѣчаетъ. „Надо признать, что, несмотря на столѣтнюю разработку вопроса „объ электризаціи при прикосновеніи очень многими учеными, „начиная съ *Вольта* и кончая *В. Томсономъ (лордомъ Кельвиномъ)* и „друг., этотъ основной вопросъ всего электричества, хотя и сильно двинутый впередъ, все еще не доведенъ до окончательнаго „его уясненія, какъ со стороны опыта, такъ и теоріи. Для полнаго его рѣшенія предстоитъ еще сдѣлать не мало, такъ какъ и „самихъ экспериментальныхъ данныхъ еще далеко недостаточно, „какъ въ этомъ можно было убѣдиться и изъ настоящаго изслѣ„дованія".

С. Р. (Одесса).

Дополненіе къ предыдущему реферату.

Профессора Н. А. Гезехуса въ С.-Петербургѣ.

Проф. Н. А. Гезехусъ, которому мы препроводили изложенный рефератъ для авторизаціи, любезно сообщилъ намъ слѣдующія дополнительныя свѣдѣнія.

„20-го ноября, я сдѣлалъ сообщеніе въ Физическомъ Обществѣ о новыхъ опытахъ, произведенныхъ мною вмѣстѣ съ Н. Н. Георгіевскимъ. Опыты эти, между прочимъ, показали, что стекло должно быть поставлено въ электровозбудительномъ рядѣ діэлектриковъ, проведенномъ въ реферируемой моей статьѣ, ближе къ положительному концу его, какъ это и соотвѣтствуетъ твердости стекла (5). Причина же, почему до сихъ поръ обыкновенно стекло помѣщалось вслѣдъ за известковымъ шпатомъ (3) и слюдой (3), а не передъ ними, заключается, какъ оказалось, въ значительной чувствительности поверхностнаго слоя стекла къ температурнымъ вліяніямъ; достаточно разъ провести стеклянную палочку надъ пламенемъ бунзеновской горѣлки, чтобы она на долгое время, на нѣсколько часовъ и даже дней, изъ положительной стала отрицательной относительно известковаго шпата, слюды или цинка. Въ такихъ опытахъ, слѣдовательно, нужно избѣгать предварительнаго подогрѣванія испытуемаго тѣла, что дѣлается обыкновенно для удаленія съ него случайныхъ электрическихъ зарядовъ. И такъ, рядъ діэлектриковъ теперь можетъ быть написанъ слѣдующимъ образомъ: + алмазъ (10), топазъ (8), горный хрусталь (7), стекло (5), известковый шпатъ (3), слюда (3), сѣра (2), воскъ ($^1/_4$)".

Проф. Н. Гезехусъ.

По поводу статьи г. М. Волкова.

„Выводъ формулы центростремительной силы".

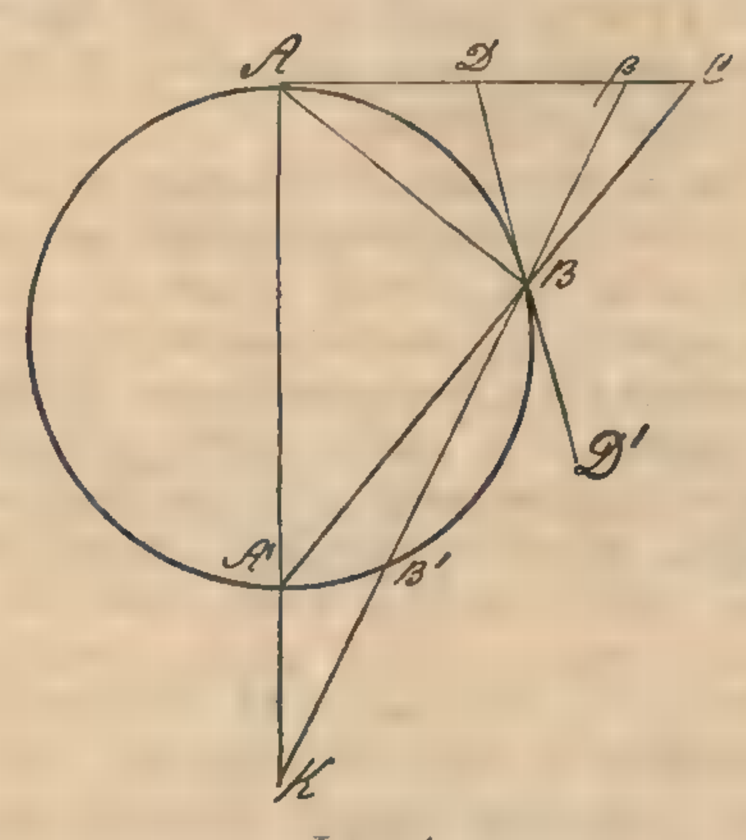
Проф. Д. Зейлигера въ Казани.

§ 1.

Вспомогательныя теоремы геометріи.

Интересный выводъ, предложенный недавно *) г. М. Волковымъ, предполагаетъ въ читателѣ солидное знакомство съ тригонометріей. Въ виду того, что дѣло идетъ объ основномъ законѣ механики, я считаю нелишнимъ дать новый выводъ, не менѣе строгій и чисто геометрическій.

Пусть AA' — діаметръ данной окружности, AB — дуга ея, меньшая $^1/_3$ всей окружности, C — точка встрѣчи прямой $A'B$ съ касательной въ точкѣ A, D — средина отрѣзка AC (ч. 1).



Фиг. 1.

Теорема I. Дуга AB больше AD и меньше AC.

Доказательство. Проведемъ прямыя AB и DB. Полагая

$$\angle AA'B = \angle BAC = \alpha,$$

имѣемъ по заданію:

$$\alpha < 60^0$$

$$AD = DC$$

$$\angle ABA' = \angle ABC = 90^0.$$

*) „Вѣстникъ Оп. Физ. и Элем. Мат." за 1901 г., № 307, стр. 164—166.

Такъ какъ D — средина гипотенузы прямоугольнаго треугольника ABC, то

$$AD = DB.$$

Но AD—касательная; слѣдовательно, и прямая DB касается окружности въ точкѣ B. Далѣе сумма угловъ при основанiи AB равнобедреннаго треугольника ADB, равная 2α, меньше 120^0, поэтому третiй уголъ того же треугольника больше 60^0, въ силу чего

$$AD < AB.$$

Но дуга AB больше хорды AB и меньше ломанной ADB, равной AC; слѣдовательно,

$$AD < \smile AB < AC.$$

Q.E.D.

Слѣдствiе. Если на касательной AC отложимъ отъ точки A отрѣзокъ

$$A\beta = \smile AB,$$

то точка β будетъ лежать между точками D и C.

Такъ какъ хорда AB и отрѣзокъ βB лежатъ съ разныхъ сторонъ касательной DB, то βB — внѣшняя часть сѣкущей $\beta BB'$; части же BB' послѣдней — хорда окружности — должна лежать внутри угла $A'BD'$, вертикальнаго относительно угла DBC, внутри котораго лежитъ внѣшняя часть βB. Иными словами, B' — точка дуги BA', дополняющей дугу AB до $^1/_2$ окружности.

Далѣе замѣтимъ, что въ треугольникѣ $A\beta B$ сторона $A\beta$, равная дугѣ AB, больше хорды AB. Поэтому $\angle A\beta B$ меньше $\angle AB\beta$ и, слѣдовательно, меньше прямого угла. Но уголъ $A'A\beta$—прямой, отсюда на основанiи XI аксiомы Эвклида заключаемъ, что *стороны* AA' и $\beta B'$ угловъ $A'A\beta$ и $A\beta B$ должны пересѣчься. Точка K ихъ встрѣчи лежитъ, по предыдущему, на продолженiи дiаметра AA'.

Все вышеизложенное даетъ теорему:

Теорема II. Если по одну и ту же сторону дiаметра AA' окружности отложимъ на послѣдней дугу AB, меньшую $^1/_3$ всей окружности, а на касательной въ точкѣ A длину $A\beta$, равную дугѣ AB, то отрѣзокъ βB—внѣшняя часть сѣкущей. Послѣдняя вся лежитъ по одну сторону дiаметра AA' и, будучи продолжена, пересѣкаетъ продолженiе линiи AA' въ точкѣ K такъ, что точки A' и K лежатъ по одну сторону касательной $A\beta$.

§ 2.

Ускоренiе центростремительной силы.

Матерiальная точка A подъ дѣйствiемъ силы F описываетъ окружность радiуса r съ постоянной скоростью v.

Требуется опредѣлить ускоренiе w силы F.

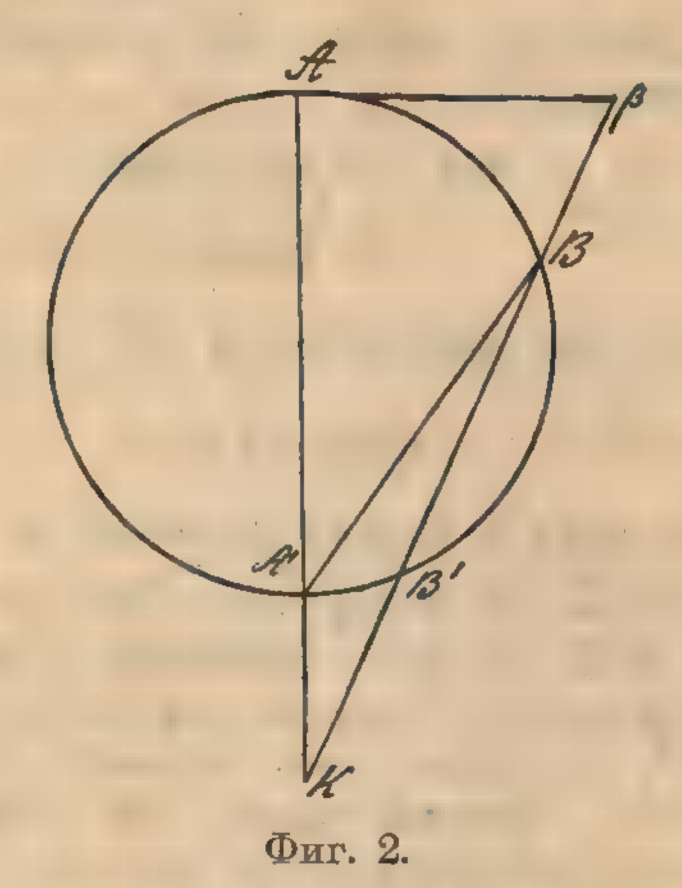
Пусть

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

—время, въ теченіе котораго точка A опишетъ всю окружность. За промежутокъ времени

$$\tau < \frac{T}{3}$$

точка пройдетъ (ч. 2) дугу



Фиг. 2.

$$1) \smile AB = v\tau,$$

меньшую $1/3$ всей окружности. По инерціи точка A за то же время τ прошла бы отрѣзокъ

$$2) \ A\beta = v\tau$$

касательной въ точкѣ A. На $A\beta$ и βB, какъ на сторонахъ, построимъ параллелограммъ $A\beta BC$ и опредѣлимъ силу F', подъ дѣйствіемъ которой точка A, *выходя изъ покоя*, прошла бы сторону AC равномѣрно ускореннымъ движеніемъ. Если w' — ускореніе силы F', то, какъ извѣстно,

$$3) \ AC = \beta B = \frac{1}{2} w'\tau^2.$$

По закону сложенія двухъ движеній по $A\beta$ и AC точка A подъ дѣйствіемъ одной лишь силы F' окажется въ B по истеченіи времени τ. *Мы принимаемъ за опредѣленіе,* что искомое ускореніе w есть предѣлъ для ускоренія w' при безпредѣльно убывающемъ τ *).

*) *Примѣчаніе.* Г. Волковъ, видимо, держится того же опредѣленія, но, къ сожалѣнію, не формулируетъ его явно. Любопытно, что его чертежъ не вѣренъ. *Д. Н. З.*

Проведемъ діаметръ AA' и хорду $A'B$. Замѣтимъ прежде всего, что всѣ условія теоремы II выполнены. Въ самомъ дѣлѣ, точки β и B лежатъ по одну сторону прямой AA', дуга AB и отрѣзокъ $A\beta$ касательной равны между собой и, сверхъ того, дуга AB меньше $^1/_3$ всей окружности. Слѣдовательно, отрѣзокъ βB — внѣшняя часть сѣкущей $\beta BB'$ и точка K пересѣченія прямыхъ AA' и $\beta B'$ лежитъ на продолженіи линіи AA'.

Положимъ:

$$\left\{\begin{array}{l} A\beta = \smile AB = u, \\ \angle AA'B = \alpha,\ \angle A'KB = K,\ \angle A'BK = B, \\ \angle A\beta B = \beta. \end{array}\right.$$

Направленіе ускоренія w. Пусть

$$\text{пред. } \tau = 0.$$

На основаніи равенства 1) имѣемъ:

$$\text{пред. } u = 0.$$

Такъ какъ уголъ α измѣряется $^1/_2$ u, то и

$$\text{пред. } \alpha = 0.$$

По свойству внѣшняго угла

$$\alpha > K,$$

поэтому и подавно

$$\text{пред. } K = 0.$$

Но

$$K = 90 - \beta,$$

такъ какъ уголъ $\angle KA\beta$ равенъ прямому; слѣдовательно,

$$\text{пред. } \beta = 90^0.$$

Замѣчая, что уравненіе w' имѣетъ направленіе прямой AC, параллельной βB, заключаемъ:

Ускореніе w въ каждомъ положеніи точки A направлено къ центру окружности.

Величина ускоренія w. По свойству касательной

$$\overline{A\beta}^2 = \beta B . \beta B'.$$

Внеся сюда значенія 2) и 3) отрѣзковъ $A\beta$ и βB, получимъ для w':

$$4)\ w' = \frac{2v^2}{\beta B'}.$$

Обратимся снова къ чертежу 2). По свойству внѣшняго угла

$$\alpha > B.$$

Но вписанные углы α и B измѣряются половинами дугъ AB и $A'B'$, поэтому

$$\smile A'B' < u.$$

Далѣе, чертежъ даетъ:

$$AA' < BB' + A\beta + \smile A'B',$$

слѣдовательно,

$$AA' - BB' < 2u,$$

откуда

$$\text{пред. } BB' = AA' = 2r.$$

Отсюда и изъ 4) заключаемъ:

$$w = \text{пред. } w' = \frac{v^2}{r} \cdot$$

Казань 15 ноября 1901 года.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Первая международная конференція для изученія землетрясеній. Отъ 11—13 апрѣля (н. ст.) 1901 года происходила въ Страсбургѣ *первая международная конференція для изученія землетрясеній.* Въ ней участвовали представители Россіи, Германіи, Швейцаріи, Японіи, Бельгіи, Австро-Венгріи, Даніи и Италіи. По предложенію японскаго и русскихъ делегатовъ рѣшено учредить *Ассоціацію Государствъ дли изслѣдованія землетрясеній.* Въ эту Ассоціацію входятъ пока Россія, Японія, Германія и Швеція, и каждое изъ этихъ государствъ несетъ расходы по работамъ Ассоціаціи пропорціонально размѣрамъ своего населенія. Центральнымъ мѣстомъ Ассоціаціи будетъ служить Главная Германская Станція для изученія землетрясеній въ Страсбургѣ. (Geographische Zeitschrift).

Новое изобрѣтеніе Marconi.—Телеграммы сообщаютъ объ удивительныхъ опытахъ *Marconi.* Послѣднему удалось построить столь чувствительный аппаратъ, что онъ позволяетъ телеграфировать на громадныя разстоянія безъ помощи проводовъ. Одна изъ станцій находится на западномъ берегу Великобританіи, другая на восточномъ берегу Нью-Фаундленда. Разстояніе между станціями доходитъ до 1700 англійскихъ миль и, не смотря на это, *Marconi* утверждаетъ, что его аппаратъ воспринимаетъ телеграммы. Пока трудно судить о достовѣрности этого утвержденія, и лишь дальнѣйшіе опыты могутъ рѣшить ошибается-ли изобрѣтатель или нѣтъ.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Присужденіе преміи Нобеля. Въ № 290 „Вѣстника" (стр. 43,сл.) мы подробно сообщили о преміи имени Нобеля. Согласно изложенному въ этой замѣткѣ, первое присужденіе преміи состоялось 10 декабря (н. ст.) сего (1901) года. Премію по физикѣ получилъ профессоръ Мюнхенскаго Университета *Roentgen*, а по химіи профессоръ Берлинскаго Университета *Van't-Hoff*. Размѣръ каждой преміи 208000 франковъ (около 75000 рублей).

Медали Royal Society.—На торжественномъ общемъ собраніи Лондонскаго Королевскаго Общества состоявшемся, какъ обыкновенно, 30 (17) ноября (годовщина основанія Roy. Soc.) были розданы слѣдующія медали: медаль *Copley'a* получилъ проф. *Gibbs* (Америка) за работы по математической физикѣ; королевскую медаль—проф. *Ayrton* (Англія) за работы по электричеству; медаль *Davy*—проф. *Levening* за работы по спектроскопіи; наконецъ медаль *Sylvester'a*—проф. *Poincaré* (Парижъ) за свои многочисленныя работы по математикѣ.

Распорядокъ XI съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей въ С.-Петербургѣ

20—30 декабря 1901 г.

19-го декабря, наканунѣ открытія съѣзда въ 8 час. вечера назначено предварительное собраніе членовъ съѣзда въ большомъ залѣ „Сѣверной гостинницы".

20-го декабря въ 1¹/₂ час. въ залѣ дворянскаго собранія будетъ происходить первое общее собраніе по слѣдующей программѣ: 1) открытіе съѣзда; 2) избраніе предсѣдателя и вице-предсѣдателя съѣзда, а также иногороднихъ членовъ распорядителей комитета; отчетъ дѣлопроизводителя распорядительнаго комитета; 4) докладъ предсѣдателя распорядительнаго комитета, проф. Н. А. Меншуткина по вопросу „О русской ассоціаціи"; 5) рѣчь проф. С. М. Лукьянова „О предѣлахъ паталогическаго изслѣдованія при нормальныхъ и патологическихъ условіяхъ"; 6) рѣчь проф. Н. А. Умова „Физико-математическая модель живой матеріи".

26-го декабря, въ 7¹/₂ час. вечера, въ залѣ дворянскаго собранія второе общее собраніе по программѣ: 1) сообщеніе академика А. С. Фаминцына „О первомъ съѣздѣ международной ассоціаціи академій 1901 года"; 2) рѣшеніе вопроса о русской ассоціаціи; 3) рѣчь И. П. Павлова „О естественно-научномъ изученіи психическихъ явленій"; 4) рѣчь проф. Ф. Ю. Левинсонъ-Лессинга „Основныя проблемы геологіи"; 5) рѣчь проф. В. И. Бѣляева „О дѣленіи клѣтокъ и размноженіи организмовъ".

30-го декабря, въ 1¹/₂ час. дня, въ залѣ дворянскаго собранія третье общее собраніе по программѣ: 1) предложенія секцій и распорядительнаго комитета; 2) баллотировки по различнымъ вопросамъ, предложеннымъ на съѣздѣ; 3) рѣчь проф. В. Я. Данилевскаго „Соціально-физіологическое значеніе нервной системы"; 4) рѣчь проф. Д. А. Гольдгаммера „Столѣтіе физики"; 5) закрытіе съѣзда.

28-го декабря, въ $1^1/_2$ ч. дня, общее собраніе Императорскаго Общества естествоиспытателей. 28 декабря, въ 6 час. вечера, обѣдъ гг. членовъ съѣзда. 29-го декабря, въ $7^1/_2$ час. веч., торжественное засѣданіе Императорскаго общества садоводства (въ залѣ городской думы). Въ то-же время въ актовомъ залѣ университета соединенное засѣданіе Императорскаго Географическаго Общества съ гг. членами съѣзда и въ помѣщеніи Общества Охраненія Народнаго Здравія общее собраніе этого общества съ участіемъ гг. членовъ съѣзда.

21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29-го и утромъ 30—засѣданія секцій, осмотры различныхъ учрежденій, чтеніе обзоровъ и демонстрированія различныхъ опытовъ—см. подробности въ справочной книжкѣ съѣзда, которая будетъ выдаваема членамъ въ бюро съѣзда съ 15-го декабря.

27-го декабря, въ $7^1/_2$ час. вечера, соединенное засѣданіе русскаго астрономическаго общества съ гг. членами съѣзда. Въ то же время въ актовомъ залѣ университета общее собраніе русскаго физико-химическаго общества.

ЗАДАЧИ.

XXXIV. Даны три точки A, B и C, лежащія на одной прямой. Опредѣлить геометрическое мѣсто точки M, удовлетворяющей условію, чтобы треугольники AMB и BMC имѣли равные углы Брокара.

Е. Григорьевъ (Казань).

XXXV. Пусть G', G'', G''', H_1, H_2, H_3 и K', K'', K''' суть соотвѣтственно проэкціи на стороны треугольника ABC его центра тяжести G, ортоцентра H и точки Лемуана K.

Показать, что

$$1)\ 2 \text{ пл. } ABC = 9 \text{ пл. } G'G''G''' - \text{пл. } H_1H_2H_3;$$

$$2)\ \frac{\text{пл. } K'K''K'''}{\text{пл. } G'G''G'''} = \frac{27a^2b^2c^2}{(a^2+b^2+c^2)^3},$$

гдѣ a, b, c — стороны треугольника.

Д. Е. (Иваново-Вознесенскъ).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 124 (4 сер.). Черезъ вершины треугольника ABC проведены прямыя, образующія внутри его равносторонній треугольникъ, центръ котораго O. Обозначая отрѣзки OA, OB, OC соотвѣтственно черезъ l, m, n, углы AOB, BOC, COA—черезъ λ, μ, ν, а стороны и площадь треугольника ABC черезъ a, b, c и Δ, показать, что

$$a^2+b^2+c^2-2(l^2+m^2+n^2)=\frac{4\Delta}{\sqrt{3}},$$

$$lm\sin(\lambda-120^\circ)+mn\sin(\mu-120^\circ)+nl\sin(\nu-120^\circ)=0.$$

М. Зиминъ (Варшава).

№ 125 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$x^3+ay^3+bx^2y = cx(x^2+y^2)$$
$$y^3+ax^3+bxy^2 = cy(x^2+y^2).$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 126 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$x^5+y^5=4(x^4+y^4)$$
$$x^5-y^5=2(x^4-y^4).$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 127 (4 сер.) Построить прямоугольный треугольникъ, зная длины отрѣзковъ AD и DB, на которые катетъ AB разсѣкается биссектрисой CD.

Н. С. (Одесса).

№ 128 (4 сер.). На данной окружности даны точки A и B. Пусть CD— перемѣнный діаметръ этой окружности. Доказать, что геометрическое мѣсто точекъ встрѣчи прямыхъ AC и BD есть нѣкоторая окружность (предполагается, что AB не есть діаметръ данной окружности).

Заимств. изъ *Supplemento al Periodico di matematica.*

№ 129 (4 сер.). Твердое тѣло, плотности 2,5 при 0°, вѣситъ 10 граммовъ. То же тѣло, погруженное въ жидкость плотности 1,5 при 0°, вѣситъ 0,06 грамма при общей температурѣ 20° жидкости и тѣла. Коэффиціентъ линейнаго расширенія тѣла равенъ 0,00002. Вычислить 1) коэффиціентъ абсолютнаго расширенія жидкости; 2) коэффиціентъ видимаго расширенія той же жидкости въ сосудѣ изъ того же матеріала, какъ и данное твердое тѣло.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

XV. ***Пусть a, b, c, означаютъ нѣкоторыя постоянныя величины, а x—перемѣнную величину. Требуется опредѣлить коэффиціенты p, q и r такъ, чтобы выраженіе***

$$(x^2+px+q)^2-4r(x-a)(x-b)(x-c)$$

приводилось къ четвертой степени двучлена.

Иными словами, требуется опредѣлить четыре коэффиціента p, q, r и h такъ, чтобы равенство

$$(x^2+px+q)^2-4r(x-a)(x-b)(x-c)=(x+h)^4$$

превращалось въ простое тожество, т. е. имѣло бы мѣсто для произвольныхъ значеній z. Показать, что задача имѣетъ шесть рѣшеній и приводится къ рѣшенію квадратныхъ уравненій.

Изъ тожества

$$(x^2+px+q)^2-4r(x-a)(x-b)(x-c)=(x+h)^4$$

выводимъ:

$$(x^2+px+q)^2-(x+h)^4=4r(x-a)(x-b)(x-c),$$

или

$$[x^2+px+q-(x+h)^2]\,[x^2+px+q+(x+h)^2]=4r(x-a)(x-b)(x-c),$$

$$[(p-2h)x+q-h^2]\,[2x^2+(p+2h)x+q+h^2]=4r(x-a)(x-b)(x-c).$$

Дѣля обѣ части послѣдняго равенства на 2, находимъ:

$$[(p-2h)x+q-h^2]\left[x^2+\frac{p+2h}{2}x+\frac{q+h^2}{2}\right]=2r(x-a)(x-b)(x-c) \qquad (1).$$

Такъ какъ обѣ части этого равенства по предположенію представляютъ собою одинъ и тотъ же многочленъ относительно x, а всякій многочленъ разлагается на линейныхъ относительно x множителей лишь однимъ способомъ, то трехчленъ

$$x^2+\frac{p+2h}{2}x+\frac{q+h^2}{2} \qquad (2)$$

равенъ тожественно одному изъ тѣхъ трехъ членовъ второй степени съ коэффиціентомъ 1 при x^2, который можетъ быть выдѣленъ въ качествѣ множителя изъ второй части равенства (1). Поэтому трехчленъ (2) равенъ тожественно одному изъ трехъ трехчленовъ

$$(x-b)(x-c),\quad (x-c)(x-a),\quad (x-a)(x-b) \qquad (A).$$

Остановившись на первомъ предположеніи, а именно, что имѣетъ мѣсто тожество

$$x^2+\frac{p+2h}{2}x+\frac{q+h^2}{2}=(x-b)(x-c) \qquad (3),$$

приходимъ (см. (1)) еще къ слѣдующему тожеству:

$$[(p-2h)x+q-h^2]=2r(x-a) \qquad (4).$$

Приравнивая въ тожествахъ (3) и (4) коэффиціенты при одинаковыхъ степеняхъ x, получаемъ четыре уравненія относительно p, q, r, h, а именно:

$$\frac{p+2h}{2}=-(b+c)$$

$$\frac{q+h^2}{2}=bc \qquad (I)$$

$$p-2h=2r$$

$$q-h^2=-2ar.$$

Изъ перваго, второго и третьяго уравненій этой системы находимъ:

$$p=-2(h+b+c) \qquad (5)$$

$$q-2bc=h^2 \qquad (6)$$

$$r=-h+\frac{p}{2},$$

или (см. (5))

$$r=-(2h+b+c) \qquad (7).$$

Помноживъ предпослѣднее изъ уравненій (I) на a, сложимъ его съ послѣднимъ уравненіемъ той же системы. Тогда получимъ равенство:

$$ap+q-2h-h^2=0.$$

Подставивъ въ это равенство значенія p и q изъ уравненій (5) и (6), сдѣлавъ приведеніе, раздѣливъ все уравненіе на 2 и перемѣнивъ знаки всѣхъ членовъ на обратные, находимъ:

$$h^2+2ah+ab+ac-bc=0,$$

откуда

$$h=-a+\sqrt{R} \qquad (8),$$

гдѣ

$$R = (a - b)(a - c)$$

и гдѣ передъ радикаломъ $\sqrt{R}$ можно взять знакъ $+$ или минусъ по желанію.

Подставивъ найденныя значенія h изъ равенства (8) въ равенства (5), (6) и (7) получимъ:

$$p = 2(a - b - c - \sqrt{R}),$$

$$q = 2bc - (\sqrt{R} - a)^2, \qquad \text{(II)}$$

$$r = (2a - b - c - 2\sqrt{R}).$$

Обращаясь къ системѣ трехчленовъ (A), мы кромѣ формулъ (II), дающихъ по два значенія для p, q и r (въ формулахъ II можно количество $\sqrt{R}$ предположить одновременно или положительнымъ, или отрицательнымъ), можемъ дать еще двѣ аналогичныхъ системы рѣшеній, которыя получаются изъ системы (II) замѣною въ ней количествъ $R = (a - b)(a - c)$, a, b, c тѣми выраженіями, которыя получаются изъ нихъ при помощи одной изъ двухъ круговыхъ перестановокъ буквъ a, b, c.

Билимовичъ (Кіевъ); *Д. С.* (Екатеринославъ); *А. Гольденбергъ* (Спб.).

№ 60 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$2\sin 3x = 3\cos x + \cos 3x$$

Пользуясь формулами

$$\sin 3x - 3\sin x - 4\sin^3 x,$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\sin x,$$

приводимъ предложенное уравненіе къ виду

$$6\sin x - 8\sin^3 x = 4\cos^3 x, \text{ или}$$

$$3\sin x - 4\sin^3 x = 2\cos^3 x.$$

Дѣля обѣ части послѣдняго уравненія на $\sin^3 x$, находимъ

$$\frac{3}{\sin^2 x} - 4 = \frac{2}{\operatorname{tg}^3 x}.$$

Подставивъ вмѣсто $\sin^2 x$ выраженіе $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$, получимъ:

$$\frac{3(1 + \operatorname{tg}^2 x)}{\operatorname{tg}^2 x} - 4 = \frac{2}{\operatorname{tg}^3 x},$$

откуда

$$\operatorname{tg}^3 x - 3\operatorname{tg} x - 2 = 0.$$

Первая часть этого уравненія разлагается на множителей $(\operatorname{tg} x - 1)^2$ и $\operatorname{tg} x + 2$, такъ что

$$(\operatorname{tg} x - 1)^2 (\operatorname{tg} x + 2) = 0,$$

откуда

$$\operatorname{tg} x = 1, \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} x = -2.$$

Такимъ образомъ

$$x_1 = \frac{\pi}{2} + k\pi,$$

$$x_2 = arctg(-2) = -\alpha + k\pi,$$

гдѣ α — одна изъ дугъ, тангенсъ которой равенъ 2, а k — произвольное цѣлое число:

Н. Готлибъ (Дуббельнъ); *В. Раздарскій* (Владикавказъ); *В. Гудковъ* (Свеаборгъ).

№ 62 (4 сер.). *Выбрать для y цѣлое численное значеніе такимъ образомъ, чтобы численное значеніе многочлена $(y^2+1)x^3+(y^2-1)x$ дѣлилось на 6 при всякомъ цѣломъ значеніи x.*

Представивъ предложенное выраженіе въ видѣ

$$(y^2x^3+y^2x)+(x^3-x)$$

и замѣчая, что число x^3-x равно произведенію трехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ $x-1$, x и $x+1$ и потому всегда дѣлится на 6, приводимъ рѣшеніе предложеннаго вопроса къ нахожденію такихъ цѣлыхъ значеній y, при которыхъ числовая величина двучлена $y^2x^3+y^2x$ дѣлится на 6 при всякомъ цѣломъ значеніи x. Представивъ выраженіе $y^2x^3+y^2x$ въ видѣ

$$y^2x^3-y^2x+y^2x+y^2x = y^2(x^3-x)+x(y+1)y^2$$

и опять пользуясь тѣмъ, что число x^3-x кратно 6, замѣчаемъ, что для рѣшеніи предложеннаго вопроса остается выбрать такія цѣлыя значенія для y, чтобы при цѣломъ x число $x(y+1)y^2$ было кратно 6. Но $y(y+1)$ кратно 2 при всякомъ цѣломъ сначеніи y; слѣдовательно надо выбрать y такъ, чтобы при цѣломъ x число $x(y+1)y^2$ было кратно 3. Полагая $x=1$, убѣждаемся, что для рѣшенія задачи необходимо и достаточно, чтобы число $(y+1)y^2$ дѣлилось на 3. Поэтому

или $y+1=3k$, или $y=3k$,

гдѣ k число цѣлое.

Отсюда слѣдуетъ, что y надо дать цѣлое значеніе вида $3k$ или $3k-1$.

П. Полушкинъ (Знаменка); *Н. Готлибъ* (Митава); *В. Гудковъ* (Свеаборгъ).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса, 14-го Декабря 1901 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.